Уважаемый обучающийся, все работы выполняются в рабочих тетрадях по математике. Работа выполняется синей пастой.

**Тема: Числовые характеристики дискретной случайной величины.**

Цель: дать определения характеристик распределения, научить вычислять характеристики распределения дискретной случайной величины.

Записать конспект, выполнить № 1,2,3.

Во многих вопросах практики нет необходимости характеризовать случайную величину полностью и зачастую достаточно бывает указать только отдельные числовые параметры, до некоторой степени характеризующие существенные черты распределения. Пользуясь такими характеристиками можно выразить наиболее компактно все существенные сведения относительно случайной величины.

Характеристики, назначение которых – выразить в сжатой форме наиболее существенные особенности распределения, называют **числовыми характеристиками случайной величины**.

**Математическое ожидание** – это одно из важнейших понятий в математической статистике и теории вероятностей, характеризующее распределение значений или вероятностей случайной величины. Обычно выражается как средневзвешенное значение всех возможных параметров случайной величины. Широко применяется при проведении технического анализа, исследовании числовых рядов, изучении непрерывных и продолжительных процессов. Имеет важное значение при оценке рисков, прогнозировании ценовых показателей при торговле на финансовых рынках, используется при разработке стратегий и методов игровой тактики в теории азартных игр.

**Математическим ожиданием (или средним значением)** **дискретной случайной величины X** называется сумма произведений всех ее возможных значений на соответствующие вероятности этих значений: **M(X)=Σ xipi**=х1\*р1+ х2\*р2+…+ хn\*рn

**Свойства математического ожидания.**

1. Математическое ожидание постоянной величины равно самой постоянной: М(С)=С
2. Постоянный множитель можно выносить за знак математического ожидания: М(СХ)=С\*М(Х)
3. Математическое ожидание произведения двух независимых случайных величин равно произведению их математических ожиданий: М(Х1\*Х2\*…\*Хn)= М(Х1)\*М(Х2)\*…\*М(Хn)
4. Математическое ожидание суммы двух случайных величин равно сумме математических ожиданий слагаемых: М(Х1+Х2+…+Хn)= М(Х1)+М(Х2)+…+М(Хn)

(для разности аналогично)

Математическое ожидание называют центром распределения. Это постоянная величина, которая показывает какое значение случайной величины следует ожидать в среднем при испытаниях или наблюдениях.

Вероятностный смысл математического ожидания – математическое ожидание приближенно равно среднему арифметическому наблюдаемых значений случайной величины.

Характеристиками рассеяния возможных значений случайной величины вокруг математического ожидания служат, в частности, дисперсия и среднее квадратичное отклонение.

***Дисперсией (рассеиванием)*** дискретной случайной величины называется математическое ожидание квадрата отклонения случайной величины от ее математического ожидания.

Дисперсия равна разности между математическим ожиданием квадрата случайной величины Х и квадратом ее математического ожидания.

**D(X)= M[X–M(X)]2** или **D(X) = M(X2)−[M(X)]2**.

Разность X–M(X) называют отклонением случайной величины от ее математического ожидания.

**Свойства дисперсии.**

1. Постоянный множитель можно выносить за знак дисперсии, возводя его в квадрат: D(СХ)=С2\*D(Х)
2. Дисперсия суммы (разности) двух независимых случайных величин равна сумме дисперсий этих величин: D(Х1±Х2±…±Хn)= D(Х1)+D(Х2)+…+D(Хn)
3. Дисперсия постоянной величины равна нулю: D(C)=0
4. D(Х+С)=D(Х)

***Средним квадратическим отклонением (стандартным отклонением или стандартом)*** дискретной случайной величины Х называется арифметическое значение корня квадратного из ее дисперсии: **σ(X)=√D(X)**

**Рассмотрим примеры.**

Пример 1. Найти математическое ожидание дискретной случайной величины Z = 2X + Y, если известно, что M(X) = 2, M(Y) = 5.

*Решение.* Согласно свойствам математического ожидания

M(Z) = M(2X + Y) = M(2X) + M(Y) = 2M(X) + M(Y) = 2 · 2 + 5 = 9.

**Задача. Пример 2.7.**Два стрелка стреляют в цель, выбивая очки от 0 до 5. Определить, какой стрелок стреляет лучше, если:

* для первого стрелка величина *X* (число выбиваемых очков) задается следующим законом распределения:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *X* |  |  |  |  |  |  |
| *P* | 0,1 | 0,2 | 0,1 | 0,3 | 0,1 | 0,2 |

* для второго стрелка величина *X* задается законом распределения:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *X* |  |  |  |  |  |  |
| *P* | 0,1 | 0,1 | 0,3 | 0,2 | 0,2 | 0,1 |

*Решение.* Для определения лучшего стрелка нужно найти средние значения выбиваемых очков, с учетом соответствующих вероятностей, для каждого стрелка:

- для первого стрелка:

*M*(*X*1) = 0 · 0,1 + 1 · 0,2 + 2 · 0,1 + 3 · 0,3 + 4 · 0,1 + 5 · 0,2 = 2,7.

- для второго стрелка:

*M*(*X*2) = 0 · 0,1 + 1 · 0,1 + 2 · 0,3 + 3 · 0,2 + 4 · 0,2 + 5 · 0,1 = 2,6.

Так как первый стрелок выбивает в среднем 2,7 очка, а второй 2,6, следовательно, первый стрелок стреляет лучше.

Для того, чтобы оценить у какого стрелка рассеяние меньше, рассчитаем дисперсию каждого стрелка:

*D*(*X*1) = 1·0,2 + 4·0,1 + 9·0,3 + 16· 0,1 + 25· 0,2 – 2,72 = 9,9 – 7,29 = 2,61.

*D*(*X*2) = 1·0,1 + 4·0,3 + 9·0,2 + 16· 0,2 + 25· 0,1 – 2,62 = 8,8 – 6,76 =2,04.

Следовательно, второй стрелок стреляет более “кучно”, так как его дисперсия меньше.

Домашнее задание.

Используя свойства, выполните №1,2:

№ 1. Математическое ожидание и дисперсия СВ Х соответственно равны 0,5 и 5. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины 2X-3.

№ 2. Случайные величины X и Y независимы, причем D(X)=3 и D(Y)=5. Найти D(Z), если Z=4X-5Y+3.

№ 3. Закон распределения ДСВ Х задан таблицей распределения

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| xi | 1 | 2 | 3 | 4 |
| pi | $$\frac{1}{8}$$ | $$\frac{1}{4}$$ | $$\frac{1}{3}$$ | c |

Найти с, M(X), D(X), σ(X).

Выполненные задания присылать с указанием группы и фамилии

Эл. Почта: masha\_fin@mail.ru